Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick

Kurt Reusser

In einer Herde hat es 125 Schafe und 5 Hunde. Wie alt ist der Schafhirt?
"... 125 + 5 = 130 ... das ist zu groß und 125 - 5 = 120 ... ist auch zu groß, während ... 125 : 5 = 25 ... das geht ... Ich denke der Schafhirt ist 25 Jahre alt" (Zweitkläßler)[4].

Mathematische Textaufgaben als Unterrichts- und Forschungsgegenstand

Man findet die ersten mathematischen Textaufgaben auf ägyptischen Papyrusrollen, in altchinesischen und indischen Rechenbüchern und in den antiken Schriften der Griechen und Römer. Von begabten Grüblern geliebt, von manchen Schülern als Stolpersteine gefürchtet, gehören Text- oder Sachrechnungen (Geschichtenaufgaben, texteingekleidete oder angewandte Rechenaufgaben) seit dem Druck der ersten Schulbücher im sechzehnten Jahrhundert zum Grundbestand des mathematischen Unterrichts, wo sie bis heute als Lerngelegenheiten für Mathematisierungsprozesse, als Mittel und Ausgangspunkte des Übens und der Diagnose des mathematischen Verstehens und Könnens eingesetzt werden.

Mit dem Aufschwung kognitionswissenschaftlicher Ansätze in der Psychologie sind mathematische Textaufgaben auch für Lern- und Entwicklungspsychologen zu einem lohnenden Untersuchungsgegenstand geworden. Dies vor allem aus vier Gründen:

(1) Textrechnungen, verstanden als eine Textsorte *sui generis,* bestehen aus zwei Textwelten oder Textsystemen: einer mehr offenen, auf die Semantik von Lebensverhältnissen verweisenden Handlungs- und Sachwelt sowie einer mehr geschlossenen, in der Regel durch eine Problemfrage mit dieser verbundenen mathematischen Strukturwelt. Dadurch, daß beide semantischen Welten sprachlich vermittelt und miteinander verknüpft sind, erlauben Textaufgaben in geradezu idealer Weise das Studium des Wechselspiels von sprachlichen, sachlichen und mathematischen Verarbeitungsprozessen bzw. von Text-, Sach- und Mathematikwissen.

(2) Bereits elementare mathematische Textaufgaben, wie sie in der Grundschule anzutreffen sind, haben sich als semantisch reichhaltig genug erwiesen, um daran Wesen und Entwicklung der für unsere Wissenskultur bedeutungsvollen Prozesse der Mathematisierung - von Freudenthal als "Ordnen der Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln" (1973, S. 49) bezeichnet - zu untersuchen.

(3) Da Textaufgaben in der angestrebten mathematischen Gleichung bzw. der zu erreichenden numerischen Lösung ein in der Regel gut bestimmtes Verarbeitungsziel und ein klares Verstehens(abbruch)kriterium aufweisen, sind sie auch forschungsmetho-

[4] Aus: Equipe Elementaire de L'IREM de Grenoble. Bulletin No 323 de l'APMEP, 1980.

dologisch attraktiv. So gilt eine Textaufgabe in der Regel dann als gelöst (und verstanden), wenn die der Aufgabe inhärente mathematische Struktur herausgearbeitet ist. Ein Umstand, der in positivem Kontrast zur Textverstehensforschung (Diskursverstehen) steht, wo man sich allzu häufig an Textwiedergaben und den damit verbundenen, schwierig zu erfassenden Transformationen als Indikatoren der Diagnose von Verstehen orientieren muß.

(4) Schließlich erlauben Textaufgaben in Übereinstimmung mit zentralen kognitionspsychologischen Annahmen zum Diskurs- und Sachverstehen (vgl. van Dijk & Kintsch, 1983) in geradezu exemplarischer Weise das Studium von Verstehensprozessen als dem intentionalen und problemlösenden Aufbau von mentalen Situationsmodellen. Damit lassen sich zwei Forschungsstränge zusammenführen, die lange Zeit unverbunden waren: die klassische Problemlösepsychologie einerseits und die (Text-) Verstehens- und Wissenspsychologie andererseits.

Aus empirischen Untersuchungen ist bekannt, daß Textaufgaben im Vergleich zu isomorphen mathematischen Aufgaben in numerischer Form um bis zu 30% schlechter gelöst werden (Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist und Reys, 1980). Warum dem so ist, erscheint auf den ersten Blick einfach: Die Lösung einer Textaufgabe erfordert vom Schüler die Überführung (Übersetzung) einer textlich vermittelten Problemsituation in einen mathematischen Operationszusammenhang, in der Regel eine Gleichung. Als keineswegs trivial hat sich jedoch erwiesen, im Detail zu explizieren, welche Prozesse im Kopf eines Schülers, der eine mathematische Textaufgabe löst, ablaufen, und woran es liegt, wenn er dabei Schwierigkeiten hat.

Der vorliegende Beitrag gibt einen Überblick über ein Forschungsgebiet, das in den vergangenen Jahrzehnten, vorwiegend aber in den achtziger Jahren, eine Reihe von teils konkurrierenden, teils komplementären Modellen zum Verstehen und Lösen von elementaren mathematischen Textaufgaben hervorgebracht hat. Was diese Modelle auszeichnet, ist einerseits der gemeinsame theoretische Ansatz (Wissens- bzw. Informationsverarbeitungspsychologie) einschließlich der Methodologie (Computersimulation), unter der sie entwickelt worden sind, sowie andererseits eine gegenüber älteren Ansätzen ausgeprägte Betonung der Rolle von Verstehens- und Wissensprozessen beim Lösen mathematischer Textaufgaben.

Nach der Diskussion der Grundlagen und Erträge dieser wissenspsychologischen Modelle werden einige instruktionspsychologische und pädagogische Folgerungen gezogen.

Psychologische Modelle des Verstehens und Lösens von Textaufgaben: Was entwickelt sich?

Zieht man Bilanz über eine größere Zahl der seit den sechziger Jahren durchgeführten Studien zum Lösen mathematischer Textaufgaben, in denen der Einfluß linguistischer und mathematischer Strukturvariablen wie

- Aufgabenlänge (Jerman, 1973),
- lexikalisch-syntaktische Komplexität des Textes (Jerman & Mirman, 1974; Linville, 1976),
- Art und Anzahl der zur Lösung erforderlichen mathematischen Operationen (Jerman & Rees, 1972; Carpenter, Hiebert & Moser, 1981),
- Präsentationsreihenfolge von Zahleninformationen (Lompscher, 1976),

- im Text enthaltene Schlüsselwörter (verbal cues, key words; Nesher & Teubal, 1975),
- Vorhandensein irrelevanter Informationen (Nesher, 1976; Reusser, 1984),
- semantische Einkleidung und kontextuelle Einbettung von Aufgaben (Duncker, 1935; Simon & Hayes, 1976; Hudson, 1983; Reusser, 1988)

experimentell und als Prädiktorvariablen in regressionsanalytischen Modellen untersucht wurde, so zeigt sich, daß es wenig Sinn macht, nach dem oder den hauptverantwortlichen logisch-mathematischen, lexikalischen, syntaktischen, semantischen oder kontextuellen Schwierigkeitsfaktor(en) zu suchen. Zu heterogen waren die untersuchten Schüler und Aufgabenmerkmale, zu inkonsistent sind die Ergebnismuster. Es ist dies eine Befundlage, die in Anbetracht des Fehlens nicht nur eines aufgabenanalytischen Rahmens zur Beschreibung von Aufgabenstrukturtypen, sondern auch einer integrativen pädagogisch-psychologischen Theorie über die das Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben kennzeichnenden kognitiven Prozesse nicht weiter verwunderlich ist. Was jedoch aus diesen frühen Untersuchungen bereits deutlich hervorgeht, ist, daß es nicht allein logisch-mathematische Faktoren sind, denen die Schwierigkeit von Textaufgaben zugeschrieben werden kann, und daß insbesondere dem einer richtigen oder falschen Lösung vorangehenden, sprachlich vermittelten Situations- und Problemverständnis eine wichtige Rolle zukommt.

Mathematisierung als "direkte Übersetzung" von Texten in Gleichungen: das STUDENT-Modell

Den ersten Versuch, den Prozeß der Mathematisierung von Textaufgaben unter dem Paradigma der Informationsverarbeitung zu modellieren, hat Bobrow (1964) in seinem STUDENT-Programm unternommen. Das lauffähige Computermodell löst sprachlich formulierte Aufgaben aus der linearen Algebra. Mit seinen schlüsselwortähnlichen Strategien widerspiegelt das Modell die lange Zeit dominierende, heute jedoch als problematisch geltende Deutung des Verstehens und Lösens von Textaufgaben als einen Prozeß der direkten Übersetzung (*direct translation*) linguistischer Oberflächenstrukturen in Gleichungen oder algebraische Terme.

Ein einfaches Beispiel:

> Wenn die Anzahl Kunden, die Toms Laden besuchen werden, doppelt so groß ist wie die Anzahl der Inserate, die Tom aufgegeben hat, und die Anzahl der Inserate 45 beträgt, wie groß ist dann die Zahl von Toms Kunden?

STUDENT nutzt den Umstand, daß sich bei vielen Aufgaben die Satzphrasen relativ direkt, beim obigen Beispiel wie folgt in algebraische Terme übersetzen lassen:

• die Anzahl Kunden, die Toms Laden besuchen werden	x
• ist	=
• doppelt so groß	2 * (* steht für *mal*)
• die Anzahl Inserate, die Tom aufgegeben hat	y
• beträgt	=
• 45	45
• Wie groß	?

Von hier ist es nur mehr ein kleiner Schritt zu folgenden Gleichungen, zu deren zielführender Vereinfachung und damit zur Lösung der Aufgabe:

```
x = 2 * y
y = 45    vereinfacht zu: x = 2 * 45        => 90
? = x
```

Der "Geist" des STUDENT-Programms, nämlich die direkte satzweise Übersetzung eines Aufgabentextes in Bestandteile algebraischer Gleichungen aufgrund von Signal- oder Schlüsselwörtern (key or cue words), entspricht dem Aufsuchen von isolierten Wörtern oder Wortkombinationen in einem Lexikon algebraischer Terme und Operationen. Als Schlüsselwörter bzw. Schlüsselphrasen können dabei solche Textbestandteile bezeichnet werden, die ohne Einbezug des engeren oder weiteren semantischen Kontextes den Gedächtnisabruf formaler mathematischer Terme und Operationen erlauben.

Die Grenzen eines Modells, dem ein einfacher, ausschließlich lexikalisch-syntaktischer Übersetzungsbegriff zugrunde liegt, liegen vor allem darin, daß kein Gebrauch von *semantischer* Information gemacht wird. Das führt dazu, daß STUDENT auch sinnlose Aufgaben wie die folgende "lösen" würde:

Wenn das Kaninchen, das goldene Eier legt, doppelt so groß ist wie der Mond, der aus grünem Käse besteht, und der Mond aus grünem Käse 45 Kugeln enthält, wie groß ist dann das Kaninchen, das goldene Eier legt?

Daß STUDENT-ähnliche Signalwortstrategien auch von realen Versuchspersonen tatsächlich verwendet werden, ist mehrfach nachgewiesen worden. So haben Nesher und Teubal (1975) gezeigt, daß Schlüsselwörter wie "mehr" oder "weniger" bei Fünft- und Sechstkläßlern einen Einfluß hatten auf die Wahl der mathematischen Operation, und dies unabhängig von ihrer sachlichen Angemessenheit. Und Paige und Simon (1966) haben das Verhalten von STUDENT systematisch mit dem Lautdenkverhalten von erwachsenen Versuchspersonen verglichen. Sie haben dabei neben klaren Unterschieden bei semantisch komplexeren Aufgaben erhebliche Übereinstimmungen gefunden bei Aufgaben, die eine direkte schrittweise Ersetzung problemtextlicher Ausdrücke durch formale Terme zulassen. Die Autoren konnten zeigen, daß beim Lösen von Textaufgaben zwei Strategiearten häufig nebeneinander vorkommen: *verbal-syntaktische Schlüsselwortstrategien* und *semantische Weltwissensstrategien* zur Erfassung des Sachgehaltes einer Aufgabensituation. Wie sich noch zeigen wird, muß vor allem letzteren eine Leitfunktion beim Problemlösen zukommen, da nur sie semantisch begründete Entscheidungen darüber zulassen, inwiefern bzw. auf der Basis welcher *verstandenen Problemsituation* allenfalls STUDENT-ähnliche Übersetzungsschritte bei einer Aufgabe angemessen sind.

Mathematisierung als Aufbau mentaler Modelle in kognitiven Simulationsmodellen

Eine Theorie des Verstehens mathematischer Textaufgaben, welche nicht auf der Annahme kurz-schlüssiger, signalwortinduzierter Mathematisierungen beruht, erfordert vor dem Abruf arithmetischer und algebraischer Operationen die Konstruktion einer zwischen Problemtext und mathematischer Verknüpfungsstruktur liegenden kognitiven *Repräsentation des Aufgabeninhaltes*.

Im Verlauf der achtziger Jahre sind gleich mehrere Simulationsmodelle entwickelt worden, die das Verstehen und Lösen von mathematischen Textaufgaben als semantischen Konstruktionsprozeß beschreiben (Riley, Greeno & Heller, 1983; Briars & Larkin, 1984; Kintsch & Greeno, 1985; Reusser, 1985, 1989a). Was diese Modelle und die mit ihnen assoziierten empirischen Befunde besonders interessant macht, ist, daß sie sich auf ein einheitliches und mittlerweile sehr gut untersuchtes Standardset von elementaren Additions- und Subtraktionsaufgaben beziehen.

Diese Standardprobleme (vgl. Tab. V.1) zerfallen bezüglich ihrer logisch-semantischen Grundstruktur in drei Problemklassen: in die dynamischen Austausch- bzw. Ver-

Tabelle V.1: *Die in zahlreichen Studien verwendeten 14 Typen arithmetischer Textaufgaben*

VEREINIGE- ODER KOMBINATIONSAUFGABEN		
Teilmenge unbekannt	CB1	Selina hat 3 Murmeln. Fritz hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln haben die beiden zusammen?
	CB2	Selina und Fritz haben zusammen 8 Murmeln. Selina hat 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Fritz?
VERÄNDERE- ODER AUSTAUSCHAUFGABEN		
Endmenge unbekannt	CH1	Selina hatte 3 Murmeln. Dann gab ihr Fritz 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Selina jetzt?
	CH2	Selina hatte 8 Murmeln. Dann gab sie Fritz 4 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Selina jetzt?
Austauschmenge unbekannt	CH3	Selina hatte 2 Murmeln. Dann gab ihr Fritz einige Murmeln. Jetzt hat Selina 9 Murmeln. Wie viele Murmeln hat ihr Fritz gegeben?
	CH4	Selina hatte 8 Murmeln. Dann gab sie einige Fritz. Jetzt hat Selina 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat sie Fritz gegeben?
Anfangsmenge unbekannt	CH5	Selina hatte einige Murmeln. Dann gab ihr Fritz 5 Murmeln. Jetzt hat Selina 8 Murmeln. Wie viele Murmeln hatte Selina am Anfang?
	CH6	Selina hatte einige Murmeln. Dann gab sie Fritz 3 Murmeln. Jetzt hat Selina 6 Murmeln. Wie viele Murmeln hatte Selina am Anfang?
VERGLEICHSAUFGABEN		
Differenzmenge unbekannt	CP1	Selina hat 8 Murmeln. Fritz hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Selina mehr als Fritz?
	CP2	Selina hat 6 Murmeln. Fritz hat 2 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Fritz weniger als Selina?
Vergleichsmenge unbekannt	CP3	Selina hat 3 Murmeln. Fritz hat 4 Murmeln mehr als Selina. Wie viele Murmeln hat Fritz?
	CP4	Selina hat 5 Murmeln. Fritz hat 3 Murmeln weniger als Selina. Wie viele Murmeln hat Fritz?
Referenzmenge unbekannt	CP5	Selina hat 9 Murmeln. Sie hat 4 Murmeln mehr als Fritz. Wie viele Murmeln hat Fritz?
	CP6	Selina hat 4 Murmeln. Sie hat 3 Murmeln weniger als Fritz. Wie viele Murmeln hat Fritz?

ändere-Aufgaben (Change-Aufgaben) und in die auf mehr statische Mengen Bezug nehmenden Kombinations- bzw. Vereinige-Aufgaben (Combine-Aufgaben) sowie in die Vergleichs-Aufgaben (Compare-Aufgaben). *Austausch-Aufgaben* beschreiben die Zunahme oder Abnahme einer Menge als Folge von Austauschhandlungen oder Prozessen und bestehen aus einem Anfangszustand, einer mengen-modifizierenden Transferhandlung (Zunahme- oder Abnahmetransfer) sowie einem resultierenden Endzustand. Bei den *Kombinations-Aufgaben* wird entweder nach einer Vereinigungsmenge oder einer von zwei Unter- oder Teilmengen gefragt. Demgegenüber fragen die *Vergleichs-Aufgaben*, die den quantitativen Vergleich von zwei Mengen verlangen, entweder nach der Vergleichsmenge (verglichene Menge), der Referenzmenge (die Menge, mit der verglichen wird) oder nach der aus der In-Beziehung-Setzung der beiden Mengen sich ergebenden Differenzmenge.

Die drei Grundtypen können weiter danach unterschieden werden, welche der drei Mengen jeweils die *unbekannte Größe*, somit den Ort der Lücke in der mathematischen Struktur repräsentiert. Zieht man bei den Austausch-Aufgaben zusätzlich die *Veränderungsrichtung* ('vermehren' oder 'vermindern' einer Ausgangsmenge) und bei den Vergleichs-Aufgaben die *Differenzrichtung* ('mehr' oder 'weniger' haben) in Betracht, so ergibt sich für jede Aufgabe die jeweils geforderte *mathematische Operationsrichtung* (addieren, subtrahieren), und es resultieren die in Tabelle V.1 aufgeführten 14 Aufgabentypen.

Durch eine Vielzahl von Untersuchungen ist die empirische Schwierigkeit dieser Aufgabentypen gut bekannt (vgl. Tab. V.2). So hat sich gezeigt, daß die Austausch-Aufgaben insgesamt am leichtesten sind, gefolgt von den Kombinations- und den Vergleichs-Aufgaben. Bezieht man die Variation des Ortes der mathematischen Lücke mit ein, so ergeben sich auch hier relativ stabile empirische Unterschiede. Damit wird deutlich, daß nicht nur der semantische Aufgabentyp (Austausch, Kombination, Vergleich) eine wichtige Rolle spielt, sondern ebenfalls von Bedeutung ist, mit welcher der in einer Aufgabe vorkommenden Menge die Unbekannte assoziiert ist bzw. wo sich der Ort der Lücke befindet. Für die Austausch-Aufgaben hat sich gezeigt, daß Aufgaben mit unbekanntem Endzustand (CH1 und CH2) zu den leichtesten gehören, gefolgt von den Aufgaben, die nach der Transfermenge fragen, und schließlich gefolgt von den Aufgaben, welche nach der Bestimmung des Ausgangszustandes (CH5, CH6) fragen. Ein ähnlich differenziertes Bild präsentiert sich auch bei den Kombinations- und den Vergleichs-Aufgaben. Während bei den Kombinations-Aufgaben ein deutliches Gefälle zwischen Aufgaben mit Lücke bei der Vereinigungsmenge (CB1) und solchen mit Lücke bei einer Teilmenge (CB2) besteht, so fallen bei den Vergleichs-Aufgaben diejenigen mit Lücke bei der Referenzmenge (CP5, CP6) punkto Lösungshäufigkeit deutlich gegen die restlichen Aufgaben dieser semantischen Kategorie ab.

Diese Schwierigkeitsunterschiede zu erklären, ist u. a. das Ziel der erwähnten Computersimulationsmodelle. Grundsätzlich gibt es dazu verschiedene Möglichkeiten. So könnten die Schwierigkeiten in den unterschiedlichen *logisch-mathematischen Basisstrukturen* der Aufgaben begründet und somit vorwiegend mathematischer Natur sein. Da die Aufgaben aber sprachlich formuliert sind und zumindest die Austauschaufgaben einfache Handlungssituationen beschreiben, könnten die Schwierigkeiten auch *sprachlicher oder sachbegrifflicher* Natur sein. Das heißt, Kinder könnten Mühe haben, den Aufgabentext oder Teile davon *als Text* zu verstehen oder sich die beschriebene *Handlungs- oder Prozeßstruktur* konkret-anschaulich vorzustellen, um alsdann ihre Situationsvorstellung in eine abstrakte mathematische Repräsentation zu transformieren.

Tabelle V.2: *Prozentuale Lösungshäufigkeiten der 14 Standardtypen von arithmetischen Textaufgaben in verschiedenen empirischen Untersuchungen*

			Carpenter et al. 1981	Riley et al. (1983) sowie Riley und Greeno (1988)				Stern (1992b)
Schuljahr			1	KG*	1**	2**	3**	1
Vereinige	1	CB1	86	74	100	100	100	87
Vereinige	2	CB2	46	22	33	55	75	55
Alle		*CB1-2*	*66*	*48*	*66*	*77*	*87*	*71*
Verändere	1	CH1	79	70	100	100	100	89
Verändere	2	CH2	72	61	100	100	100	95
Verändere	3	CH3	51	22	61	80	95	52
Verändere	4	CH4	-	30	61	100	100	49
Verändere	5	CH5	-	9	33	75	95	49
Verändere	6	CH6	-	17	39	65	90	38
Alle		*CH1-6*	-	*35*	*66*	*87*	*97*	*62*
Vergleiche	1	CP1	67	13	33	65	100	28
Vergleiche	2	CP2	-	13	17	65	100	32
Vergleiche	3	CP3	23	9	33	60	90	53
Vergleiche	4	CP4	-	4	28	80	90	58
Vergleiche	5	CP5	-	13	11	35	75	22
Vergleiche	6	CP6	-	13	22	15	60	16
Alle		*CP1-6*	-	*11*	*24*	*53*	*86*	*35*
Alle Aufgaben			-	**26**	**50**	**72**	**91**	**52**

Anmerkung: *KG = Kindergarten; ** 1, 2, 3 = Grundschulklasse.

Obwohl die Prozeßmodelle zum Teil auseinander hervorgegangen sind und somit Beziehungen und Komplementaritäten zwischen ihnen bestehen, lassen sie sich, was den Akzent ihrer theoretischen Aufmerksamkeit anlangt, tendenziell zwei Erklärungsansätzen für die Schwierigkeitsunterschiede von Textaufgaben zuordnen. Verfolgen die mehr entwicklungspsychologisch orientierten Modelle von Riley, Greeno und Heller (1983) sowie von Briars und Larkin (1984) eine deutlich logisch-mathematische Erklärungshypothese, so sind die sprachverstehens- und weltwissensorientierten Modelle von Kintsch und Greeno (1985) sowie von Reusser (1985, 1989a,c) eher einer linguistisch-semantischen bzw. im Falle von Reusser einer linguistisch-handlungstheoretischen Erklärungshypothese verpflichtet. Werden arithmetische Textaufgaben nach Auffassung von Riley et al. im wesentlichen durch das In-Beziehung-Setzen verbaler Aussagen zu den im Gedächtnis gespeicherten mathematischen Problemschemata gelöst, so handelt es sich gemäß Cummins, Kintsch, Reusser und Weimer (1988) mindestens ebenso um einen Prozeß des Sprachverstehens, und gemäß Reusser um einen solchen des sprachvermittelten Handlungs- und Situationsverstehens.

Logisch-mathematische Erklärung von Verstehens- und Lösungsschwierigkeiten

In entwicklungspsychologischer Absicht suchen Riley et al. (1983) sowie Briars und Larkin (1984) unterschiedliche Kompetenzgrade des Verstehens und Lösens von Textaufgaben mit der Existenz aufgabenanalytisch unterscheidbarer logisch-mathematischer Schemata zu erklären. Konkret postulieren Riley et al., auf deren Modell ich mich hier beschränke[5], daß es sich bei dem zur Lösung der Aufgaben von Tabelle V.1 erforderlichen Wissen um den Problemen zugrundeliegende, durch entwicklungsmäßige Differenzierung allmählich hervortretende mathematische Problemschemata handelt.

Danach versuchen Kinder auf einer *ersten* Entwicklungsstufe Textaufgaben noch insofern direkt bzw. handlungsnah zu lösen, als sie sich die Problemsituation vorstellungsmäßig, gegebenfalls mit Hilfe von Gegenständen konkret-anschaulich vergegenwärtigen und häufig äußerlich (external) ablaufen lassen. Die Verstehensleistung ist hier weitgehend beschränkt auf die Erzeugung, Veränderung und Inspektion von numerisch bestimmten Mengen, die sich durch Handlungen mit konkreten Gegenständen unmittelbar innerlich oder äußerlich repräsentieren lassen. Mit einem solchen handlungsnahen Verständnis von Addition und Subtraktion als Mengenveränderung lassen sich einerseits Aufgaben der Typen CH1 und CH2 lösen, indem zuerst eine Ausgangsmenge gebildet, diese vermehrt oder vermindert, und das Ergebnis anschließend mittels einfachem Durchzählen ermittelt wird. Andererseits lassen sich Aufgaben der Subtypen CB1, CP1 und CP2 ebenfalls in analoger Weise lösen, das heißt noch ohne die Bildung eines mathematischen Problemmodells.

Im Unterschied zu dieser ersten Stufe vermag das Kind auf der *zweiten* Stufe bereits ein rudimentäres Problemmodell zu bilden. Durch die Führung eines internen Protokolls der Problemhandlung beim anschaulich vergegenwärtigenden Lesen des Problemtextes wird die strukturelle Rolle jedes Satzes festgehalten. So versteht das Kind nach dem Lesen des dritten Satzes von CH3, daß die zu bildende Menge von 8 Elementen die Ergebnismenge und die zuerst erzeugte Menge von 3 Elementen die Anfangsmenge darstellt. Durch eine einfache Zähloperation (noch nicht durch die Vergegenwärtigung einer mathematischen Gleichung), die in der Ergebnismenge alle Elemente, außer den 3 der Anfangsmenge, zählt, wird die Veränderung ermittelt. Auf diese Weise kann nicht nur CH3, sondern können auch CH4, CP3 und CP4 gelöst werden.

Die *dritte* Stufe, auf der nun auch die restlichen Aufgaben lösbar werden, zeichnet sich dadurch aus, daß das Kind die semantischen Relationen der verschiedenen Probleme nun vollständig und flexibel an die abstrakten Problemschemata, die den drei Aufgabenklassen zugrundeliegen, zu assimilieren vermag. In ihrer allgemeinsten Form handelt es sich um das *Teil-Ganzes-Schema* - eine logisch-mathematische Struktur, die die Zuordnung zweier Teilmengen zu einer Ober- oder Grundmenge regelt -, das nun fertig ausgebildet ist und das Kind zu arithmetischem Verständnis befähigt. Insbesondere begründet das Teil-Ganzes-Schema die Fähigkeit, die abstrakt-schematische Struktur einer Problemsituation zu erkennen und mentale Transformationen (Umkehr-Operationen, funktionaler Austausch von Teilmengen) vorzunehmen, was dem Verständnis von Addition und Subtraktion als zwei komplementären Grundoperationen entspricht.

Wie De Corte und Verschaffel (1991) zeigen konnten, vermag das Modell von Riley et al. recht erfolgreich die Lösungsschwierigkeiten von Austausch- und Kombinations-

[5] Vgl. Reusser (1989c, Kap. 2) für eine vergleichende Darstellung und Diskussion aller vier Modelle einschließlich des Modells von Briars und Larkin (1984).

aufgaben (vgl. Tab. V.2), weniger indessen die auftretenden Fehlertypen, vorherzusagen. Uneinheitlicher zeigt sich das Bild bei den in der Scholastikstudie (vgl. den folgenden Beitrag von Stern) vor allem verwendeten Vergleichsaufgaben. So sind entgegen der Voraussage des Modells Aufgaben mit unbekannter Differenzmenge (CP1, CP2) gemäß vorliegenden Untersuchungen (Stern, 1992b) schwieriger als solche mit unbekannter Vergleichsmenge (CP3, CP4), was Stern und Lehrndorfer (1992) auf eine Interaktion zwischen Sprachverständnis (Verstehen von Formulierungen wie "wieviel mehr/weniger" oder "x mehr/weniger als") und Situationsverständnis (verstehen, was ein Mengenvergleich ist) zurückführen (vgl. auch Stern, 1993). Überhaupt scheint ein nicht zu unterschätzender Teil der Varianz bei der Lösung der zur Diskussion stehenden Aufgabentypen auf Variationen und Faktoren der Aufgabenformulierung, mithin auf linguistische Schwierigkeitsfaktoren, zurückzuführen zu sein. Da weder das Modell von Riley et al. noch dasjenige von Briars und Larkin über eine Sprachverarbeitungskomponente verfügen, lassen sich damit zusammenhängende Effekte nicht modellieren. Womit wir an jenem Punkt angelangt sind, wo die sprachverstehens- und weltwissensorientierten Erklärungsmodelle ansetzen und versuchen, diese Lücke zu schließen.

Linguistisch-handlungstheoretisch-situationale Erklärung von Verstehens- und Lösungsschwierigkeiten

Wer eine mathematische Textaufgabe lösen will, steht vor einer Gegebenheit, die vorerst noch recht wenig mit Mathematik i. e. S. zu tun hat: Er muß zuerst den Aufgabentext und das darin geschilderte sachliche Umfeld verstehen. Das ist ein Problem des Sprachverständnisses und des Sachverständnisses. Dazu gehört, daß der Schüler aus einer Wortkette ein Netz von Zusammenhängen erzeugen muß. Zu fragen ist: Welche Situation ist handlungsmäßig-prozeßhaft gegeben? Was ist sachlich womit verknüpft? Erst nach bzw. im Zusammenhang mit der Klärung der semantischen Struktur der Aufgabe stellt sich die sachliche und mathematische Aufgabe, eine Größe in ihrem Zusammenhang mit den Gegebenheiten der Situation ebenfalls quantitativ zu bestimmen.

Kintsch und Greeno (1985) sowie Reusser (1985, 1989a,c) haben Modelle zum Verstehen und Lösen von Textaufgaben entwickelt, in denen nicht ausschließlich logisch-mathematische Wissensvoraussetzungen im Zentrum stehen, sondern ebenfalls Faktoren des Sprach- und Situationsverständnisses in den Modellierungen zentral berücksichtigt werden.

Unter Beibehaltung des identischen Sets von Aufgaben (Tab. V.1) haben Kintsch und Greeno (1985) in ihrem Simulationsmodell erstmals die Textverarbeitungsprozesse beim Lösen von Textaufgaben einer genaueren Analyse unterzogen. Das Prozeßmodell basiert dabei auf Annahmen, wie sie Kintsch und van Dijk (1978) sowie van Dijk und Kintsch (1983) in ihrer Theorie der strategischen Textverarbeitung spezifiziert haben. Der zielgerichtete Prozeß des Verstehens arithmetischer Textaufgaben besteht nach Kintsch und Greeno im parallelen Aufbau einer *dualen* Problemrepräsentation, bestehend aus einer propositionalen *Textbasis* (die das Verständnis des Textes 'als Text' abbildet) und einem *logisch-mathematischen Problemmodell*. Die Konzeptualisierung dieses Problemmodells erfolgt dabei im wesentlichen unter Verwendung derselben mathematischen Elemente (Mengen) und Mengenbeziehungen, wie sie im Riley-Modell der dritten Leistungsstufe als logisch-mathematische Problemschemata postuliert wurden. Auf diesen Schemata operiert sodann eine Reihe der aus der Literatur gut bekannten

Zählstrategien (vgl. Piaget & Szeminska, 1941; Carpenter & Moser, 1982), welche das Problem numerisch auflösen.

Trotz der unbestreitbaren Vorzüge des Modells von Kintsch und Greeno (gegenüber demjenigen von Riley et al.) unter dem Aspekt der expliziten Integration von sprachlichen und mathematischen Verstehens- und Problemlöseprozessen, ist die sprachlich-linguistische Kompetenz des Modells noch sehr beschränkt. Die Grenzen des Modells liegen dort, wo ein variationsreicheres Set von Aufgaben eine weit umfassendere Sprach- und vor allem *Situationsanalyse* unter Einschluß von immer komplexer werdenden Inferenzen aus dem Handlungs- und Weltwissen erfordert. Trotzdem liegt die eigentliche Begrenztheit des Kintsch und Greeno-Modells weniger in den sprachverarbeitenden Fähigkeiten, als vielmehr (wie bei den andern Modellen) im fehlenden Aufbau eines nichtmathematischen Handlungs- und Situationsmodells. Weder das Modell von Riley et al. noch dasjenige von Kintsch und Greeno "verstehen" die in den Aufgaben beschriebenen Situationen als lebensweltliche Handlungs- und Prozeßstrukturen, denen eine mathematische Struktur innewohnt. So streben beide Modelle in direkter Weise die mathematische Modellierung der Aufgaben an.

In dem von Reusser (1985, 1989a,c) im Anschluß an Kintsch und Greeno (1985) entwickelten linguistisch-handlungstheoretischen Modell (SPS: für Situation Problem Solver) steht das sprachlich vermittelte Verständnis der in den Aufgabentexten beschriebenen Handlungssituationen im Zentrum der Aufmerksamkeit. Anknüpfend an Piaget (1947, 1950) und Aebli (1980) wird das elementare mathematische Denken als *verinnerlichtes Operieren* bzw. als *abstraktes Handeln* verstanden. Piaget, der als erster auf die strukturgenetische Abhängigkeit von konkretem lebensweltlichem Handeln und abstraktem logisch-mathematischem Denken hingewiesen hat (und nach dessen Auffassung mathematische Operationen nichts anderes als die abstrakt gewordenen Derivate menschlicher Handlungstätigkeit sind), beschreibt die protomathematische Verankerung der elementaren mathematischen Symbolsprache wie folgt:

"In irgendeinem mathematischen Ausdruck, zum Beispiel ($x^2 + y = z - u$), bezeichnet jedes Glied letzten Endes eine Handlung: das Zeichen = drückt die Möglichkeit einer Substitution aus, das Zeichen + eine Verbindung, das Zeichen - eine Trennung, das Quadrat x^2 die x-malige Erzeugung von x und jeder der Werte u, x, y, und z die Handlung, eine bestimmte Anzahl von Malen die Einheit zu reproduzieren. Jedes dieser Symbole bezieht sich also auf eine Handlung, die wirklich sein könnte, von der mathematischen Sprache aber nur abstrakt, als verinnerlichte Tätigkeit, d. h. als Operation des Denkens bezeichnet wird" (Piaget, 1947, S. 38f).

Analog spricht Piaget auch von der *Genese* mathematischer Operationen als von einem Prozeß der "abstraction à partir de l'action" (Piaget, 1973). Sowohl mit Bezug auf ihre theoretisch-psychologische Analyse und Modellierung, als auch mit Bezug auf ihre entwicklungsorientierte Förderung, führt eine solche strukturgenetische Auffassung mathematischer Operationen zu einer Betrachtungsweise der Lösungsprozesse mathematischer Textaufgaben, in der versucht wird, die zugrundeliegenden abstrakten Verknüpfungsstrukturen in ihrer Beziehung zu den sie hervorbringenden lebensweltlichen, pränumerischen Handlungs- und Beziehungsstrukturen zu begreifen und herauszuarbeiten.

Im Prozeßmodell von Reusser führt die Lösung mathematischer Textaufgaben bzw. das Verständnis ihrer inhärenten logisch-mathematischen Strukturen über das Verständnis der vom Problemtext denotierten Ereigniswelt. Im Unterschied zum Modell von Kintsch und Greeno (1985) wird die Textbasis nicht direkt in ein abstraktes Problemmodell überführt, sondern es wird eine zwischen Text und mathematischer Struktur vermittelnde Verständnisebene angenommen: die kognitive Vergegenwärtigung der Aufga-

bensituation als episodische oder sachliche Struktur. Das Prozeßmodell, das für eine erweiterte Klasse von variationsreich formulierten Austausch-Aufgaben ebenfalls als lauffähiges Computersimulationsmodell vorliegt (Reusser, 1989c), postuliert im einzelnen mehrere Verarbeitungs- oder Verstehensebenen (Abb. V.1). Der Kern der sprachlich-sachlichen und mathematischen Verstehensarbeit besteht dabei im planvoll-zielgerichteten (strategischen) Aufbau einer die episodisch-sachliche Gesamtsituation handlungs-

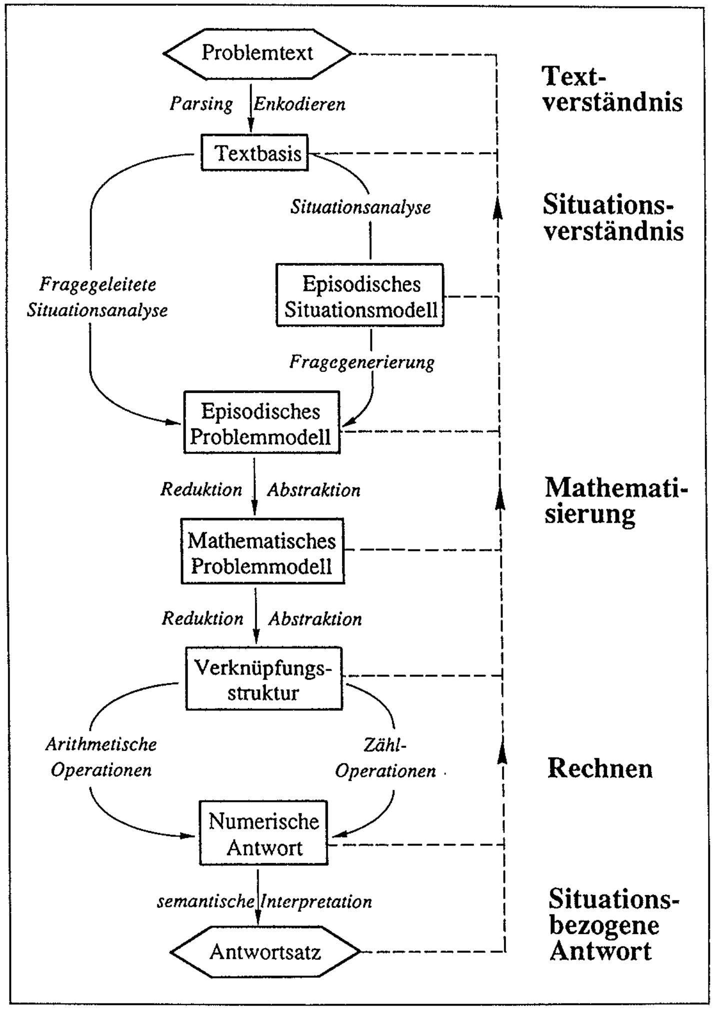

Abbildung V.1: Vom Text zur Situation zur Gleichung. Verstehensebenen bzw. Stufen der Mathematisierung von Textaufgaben.

nah repräsentierenden Situationsvorstellung (episodisches Situations- oder Problemmodell) und deren schrittweise mathematisierender Reduktion auf ihr abstraktes, operativ-arithmetisches Gerüst (mathematisches Problemmodell => Gleichung => numerisches Ergebnis). Auf die Klasse der Austausch-Aufgaben bezogen heißt dies, daß ausgehend vom Text und unter Mobilisierung von Handlungs- und Alltagswissen die Handlungsstruktur der Aufgaben rekonstruiert wird: Dazu gehört neben der Identifikation des Protagonisten die zeitliche und funktionale Bestimmung des Handlungsablaufs, das heißt des Anfangs- und Endzustandes der Handlung, der Richtung und Qualität des Transfers von Objekten (Verminderung, Vermehrung) sowie - durch die Analyse der Problemfrage - die Identifikation einer mathematisch bedeutsamen Lücke.

Es gibt mittlerweile zahlreiche empirische Belege dafür, daß die Verfügbarkeit logisch-mathematischen Wissens (wie das Teil-Ganzes-Schema) eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für die verstehensorientierte Lösung von Textaufgaben darstellt. Hierzu gehören Ergebnisse von Studien, die zeigen, daß Faktoren des Textverstehens und des Situationsverstehens die Schwierigkeit von Textaufgaben erheblich beeinflussen können. Bereits geringfügige Umformulierungen von Problemtexten (rewording) können dabei zu dramatischen Erleichterungs- oder Erschwerungseffekten führen, die mit der logisch-mathematischen Tiefenstruktur der Aufgaben nicht zu erklären sind.

Dazu einige Beispiele (vgl. auch Staub & Reusser, 1995): In einer Studie von De Corte, Verschaffel & de Win (1985) wurden CH5-Aufgaben mit unbekanntem Anfangszustand um bis zu 20% besser gelöst, wenn der Anfangszustand und der Zunahmetransfer im Aufgabentext explizit genannt waren. Die demgegenüber nicht-elaborierte und deshalb schwierigere Version von CH5 lautete *"Selina erhielt 5 Murmeln. Jetzt hat sie 8 Murmeln. Wie viele Murmeln hatte Selina am Anfang?"* In einer anderen Studie von Cummins (1991) wurden Kombinationsaufgaben mit unbekannter Teilmenge (CB2) ebenfalls sehr viel leichter, wenn nach der zweizeiligen Aufgabe (vgl. Tab. V.1), aber noch vor der Frage, der Satz "Die restlichen Murmeln gehören Fritz" eingefügt wurde. - Sodann zeigte sich in Studien von Reusser (1989b), daß Austausch-Aufgaben erheblich einfacher wurden, wenn die Koaktoren der Aufgabe nicht durch drei leicht verwechselbare Jungen- oder Mädchennamen, sondern mit "der Junge, die Lehrerin und die Oma" gekennzeichnet wurden (und damit einen gewissen "Selbstbezug" erlauben; vgl. Steiner, i. d. Bd.), oder wenn die Handlungsordnung einer einfachen Geschichte durch zeit- und handlungsstrukturierende Wörter wie "am Anfang", "danach", "schließlich", "nur noch", "bereits" usw. elaboriert wurde. Stern und Lehrndorfer (1992) fanden ebenfalls Erleichterungseffekte bei Vergleichsaufgaben (CP), wenn diese in einen vertrauten lebensweltlichen Handlungs- und Motiv-Kontext eingebettet waren.

In einer bekannt gewordenen Studie von Hudson (1983) zeigte sich, daß 96% der Kindergartenkinder und 100% der Erstkläßler die Aufgabe

> "Es gibt 5 hungrige Vögel und 3 Würmer. Stell Dir vor, jeder Vogel versucht einen Wurm zu kriegen. Wie viele Vögel kriegen keinen Wurm?"

lösen konnten, aber nur 25% der Kindergartenkinder und 64% der Erstkläßler reüssierten, wenn die Aufgabe mit der Frage

> "Wieviel mehr Vögel als Würmer gibt es?"

abgeschlossen wurde, ein Ergebnis, das von Stern (1994a) repliziert wurde.

Als theoretisch problematisch erscheint indessen Hudsons Zurückführung des Schwierigkeitsunterschiedes auf einen bloßen linguistischen Faktor. So läßt sich argumentieren (vgl. Staub & Reusser, 1995) daß die beiden Aufgaben sich nicht bloß in der linguistischen Form der Frage, sondern bereits in den Situationsmodellen, die sie nahelegen, deutlich unterscheiden. So vermag nur die erste der beiden Fragen ("Wie viele Vögel kriegen keinen Wurm?") alltagsweltliche Erfahrungen - im Sinne der Deutung von *"jeder Vogel versucht einen Wurm zu fressen"* als Herstellung einer mathematischen *Eins-zu-eins-Korrespondenz* - zu mobilisieren, ein Umstand, der es nahelegt, zur Erklärung dieses massiven Erleichterungseffektes von einer Interaktion eines sprachlichen mit einem situationsbezogenen Faktor auszugehen.

Der Inhalt einer noch so kleinen Aufgabengeschichte - verstanden als die durch einen Problemtext denotierte, raum-zeitliche Handlungs- und Kausalwelt - kann sprachlich auf sehr unterschiedliche Weise ausgedrückt werden. In ihrer Analyse von Studien zu Formulierungseffekten (wording effects) kommen Staub und Reusser (1995) zum Schluß, daß es unumgänglich ist, die *Präsentationsstruktur* (nach Morgan & Sellner, 1980, p. 185: "the storyteller's choice concerning which points of content to present explicitely and which to leave to the hearer to infer") mathematischer Textaufgaben in die theoretischen Überlegungen zu ihrer Schwierigkeit einzubeziehen. Das Insgesamt der vorliegenden Studien zeigt, daß man den empirisch vorfindbaren Schwierigkeiten von Textaufgaben nur gerecht wird, wenn man sie als Ergebnis eines Zusammenwirkens von im engen Sinne *mathematischen*, von *weltwissensbezogenen* und von auf die *sprachlich-linguistischen Mittel ihrer Präsentation* in Aufgabentexten bezogenen Variablen begreift.

Als Fazit kann festgehalten werden, daß es sich bei der logisch-mathematischen und bei der linguistisch-situationsbezogenen Hypothese nicht um gegenseitig sich ausschließende, sondern um komplementäre Ansätze zur Erklärung der Schwierigkeit mathematischer Textaufgaben handelt. Vollständige - und damit pädagogisch-psychologisch erwünschte - Mathematisierungsprozesse verlangen beides: Ein sprachlich vermitteltes, Weltwissen erforderndes qualitatives (bei jüngeren Kindern: konkret-handlungsnahes) Verständnis einer Situation *und* das Verständnis ihrer inhärenten logisch-mathematischen Struktur. Gemäß Piagets genetisch-konstruktivistischer Basisintuition zur Ontogenese mathematischer Strukturen geht das eine aus dem andern hervor.

Instruktionale Konsequenzen

Wie die diskutierten Forschungsergebnisse zeigen, bedeutet das Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben mehr als die kurzgeschlossen-geradlinige Übersetzung eines Problemtextes in eine mathematische Gleichung. Unter der Lösung einer Textaufgabe versteht man den von einer (expliziten oder impliziten) Problemfrage geleiteten planvollen Vorgang, bei welchem *ausgehend* von einem Problemtext eine sachhaltige Situationsvorstellung - also ein auf die Handlungs- und Prozeßstruktur der Aufgabe bezogenes mentales Situationsmodell - gebildet und schrittweise auf ein quantitatives Gerüst - das mathematische Problemmodell - reduziert wird. Aus einem etwas anderen Blickwinkel lassen sich die beim Lösen von Textaufgaben involvierten Mathematisierungsprozesse als das Oszillieren zwischen mindestens drei Polen oder Verstehensebenen begreifen, zwischen denen die kognitiven Lösungsprozesse sich abspielen: dem lexikalisch-syntaktischen Textverstehen, dem Situations- und Sachverstehen und dem quantitativ-numerischen Verstehen. Nur wenn diese Verstehensebenen in nicht-linearer

Weise ineinandergreifen, sind die Voraussetzungen gegeben, daß semantisch anspruchsvolle mathematische Textaufgaben gelöst werden können.

Auch wenn sich auf der vorliegenden Wissensbasis eine breit angelegte kognitionspsychologische Didaktik des Textrechnens formulieren ließe, beschränke ich mich hier aus Raumgründen auf vier kurze Aussagen:

(1) *Die "grammatische" und die "sachliche Zergliederung der Aufgabe" stehen am Anfang.* Das folgende Zitat belegt, daß die hier aus kognitionspsychologischer Sicht beschriebenen Schwierigkeiten hinsichtlich der Mathematisierung von Textaufgaben ganz offensichtlich schon *Diesterweg* nicht unbekannt waren. In seinem 1844 in dritter Auflage erschienenen *Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer* forderte er bei der didaktischen Behandlung der sogenannt *praktischen* Aufgaben ein mehrstufiges Vorgehen:

"Zuerst leitet er den Schüler zum sachlichen Verständnis der Aufgabe, und dann lehrt er ihn die Beziehungen (der gesuchten Größe mit den gegebenen) erkennen. Das Nicht-Verstehen der Aufgabe von Seiten des Schülers rührt gewöhnlich entweder von der Unklarheit eines Wortes oder von der Unkenntnis des praktischen Sachverhältnisses her. Hier müssen also Wort- und Sacherklärungen eintreten. Diese sind noch keineswegs mathematischer Art, sondern es sind meist Aufklärungen über Lebensverhältnisse, es betrifft Sachkenntnisse... Dies ist die erste Thätigkeit des Lehrers: die logisch-grammatische oder die grammatisch-logische oder sachliche Zergliederung der Aufgabe.

Das Zweite betrifft die Erkenntnis der Beziehungen der Aufgabe, d.i. die Erkenntnis des Verhältnisses der gesuchten Größe zu den gegebenen. Aus diesem Verhältnis entwickelt sich unmittelbar die Auffassung der zu machenden Operationen, oder die Auflösung der Aufgabe" (Diesterweg, 1844, S. 272f).

Was Diesterweg vor 150 Jahren formulierte, trifft uneingeschränkt auch heute noch die Essenz dessen, worauf Lehrende beim didaktischen Umgang mit Text- bzw. Sachaufgaben zu achten haben, soll die Mathematik über ihr (häufig einseitiges) Selbstverständnis als bloß formale Disziplin hinaus einen allgemeinbildenden Beitrag zur geistigen Entwicklung - vorab zur Denkentwicklung und zur Sprachbildung - und zur lebenspraktischen Erschließung der Sachumwelt unter mathematischen Gesichtspunkten leisten.

(2) *Die Lösungsprozesse von Textaufgaben reflektierbar und kommunizierbar machen.* Wer als Lehrender zur Entwicklung des Lernens, Denkens und Problemlösens von Schülern beitragen will, muß die in Frage stehenden Prozesse nicht nur selber gründlich studieren, sondern sie auch in einer Weise verstehen lernen, daß er sich in den lernenden Schüler eindenken kann. Wie in vielen andern Bereichen kognitionspsychologischer Forschung hat die empirisch gestützte Theoriebildung auch mit Bezug auf die Prozesse des Text- bzw. Sachrechnens wesentlich zum Aufbau einer *psychologischen und didaktischen Sprache* und zu deren Analyse, Reflexion und Steuerung beigetragen. Damit ist eine wichtige Voraussetzung zu ihrer entwicklungsorientierten Förderung und Anleitung geschaffen.

(3) *Entwicklung kognitiver Werkzeuge.* Neben strukturanalytischen Begriffen zur theoretischen Beschreibung mathematischer Verstehens- und Lösungsprozesse haben die Arbeiten der vergangenen Jahre aber auch Lern- und Denkwerkzeuge zu ihrer Übung und Verbesserung hervorgebracht. Darunter finden sich computerunterstützte *tutorielle Werkzeuge*, die Schülern helfen, sich beim Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben in bewußter Weise auf das Wechselspiel zwischen sprachlichem Verstehen, qualitativ-sachlichem und mathematischem Denken einzulassen; das heißt, die Schüler beim verstehenden Aufbau situationsbezogener (episodisch-sachlicher) und mathematischer (algebraisch-numerischer) Problemmodelle unterstützen (vgl. Nathan, Kintsch & Young, 1992; Reusser, Kämpfer, Sprenger, Staub, Stebler & Stüssi, 1990; Reusser, 1995).

(4) *Von texteingekleideten mathematischen Übungsaufgaben zu mehr authentischen Sachaufgaben und Denkgeschichten.* Neben Arbeiten, die den pädagogischen Wert des Lösens von Textaufgaben überhaupt in Frage stellen (z. B. Brown, Collins & Duguid, 1989), gibt es Arbeiten, die auf die Künstlichkeit und Lebensferne der in mathematischen Textbüchern mehrheitlich verwendeten Aufgaben hinweisen (Aebli, Staub & Ruthemann, 1991; Staub & Reusser, 1995). Dadurch, daß die in der Regel spärliche Einkleidung vieler dieser Aufgaben dem mit ein bißchen Rateglück ausgestatteten, nicht selten auf elementare Signalwortstrategien getrimmten Aufgabenlöser auch ohne tiefere Struktureinsicht relativ leicht verraten, was man rechnen muß (Reusser, 1988; Sowder, 1988; Reusser, 1996), verleiten sie zu einem Lösungsverhalten, das mit sachdurchdringender Mathematisierung wenig, mit einer an das STUDENT-Programm (vgl. oben) erinnernden oberflächlichen Schlüsselwortorientierung sowie mit sachfremden Bewältigungsstrategien (Reusser, 1988; Lehtinen, 1992) dafür sehr viel zu tun hat. Damit die Mathematik ihrer instrumentellen Funktion im Dienste des Handelns und der Klärung von Sachverhältnissen im Bildungsprozeß gerecht werden kann, braucht es die Konstruktion von mehr authentischen bzw. realistischen Aufgaben. Gemeint sind Aufgaben, die dadurch, daß sie Problemgeschichten mit Handlungszielen und Ernstcharakter darstellen (vgl. Aebli et al., 1991), besser als viele traditionelle Textrechnungen dazu beitragen, Schülerinnen und Schüler von der Elementarstufe an Mathematik als sinnstiftende und problemlösende Aktivität erfahren zu lassen.

Christine Pauli
Elfenweg 2A
3400 Burgdorf

Franz E. Weinert/Andreas Helmke (Hrsg.)

Entwicklung im Grundschulalter

BELTZ
PsychologieVerlagsUnion

Anschrift der Herausgeber:
Prof. Dr. Franz E. Weinert
Max-Planck-Institut für Psychologische Forschung
Leopoldstr. 24
80802 München

Prof. Dr. Andreas Helmke
Universität Landau
Im Fort 7
76829 Landau

Lektorat: Gerhard Tinger

Wissenschaftlicher Beirat der Psychologie Verlags Union:
Prof. Dr. Walter Bungard, Lehrstuhl Psychologie I, Wirtschafts- und Organisationspsychologie, Universität Mannheim, Schloß, Ehrenhof Ost, 68131 Mannheim
Prof. Dr. Ernst-D. Lantermann, Universität Kassel, GH, FB 3, Psychologie, Holländische Straße 56, 34127 Kassel
Prof. Dr. Rainer K. Silbereisen, Friedrich-Schiller-Universität Jena, Institut für Psychologie, Lehrstuhl für Entwicklungspsychologie, Am Steiger 3, 07743 Jena
Prof. Dr. Hans-Ulrich Wittchen, Max-Planck-Institut für Psychiatrie, Kraepelinstraße 10, 80804 München

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: Dieter Vollendorf, München
Druck und Bindung: Druckhaus Beltz, Hemsbach
Gedruckt auf säurefreiem Papier

© 1997 Psychologie Verlags Union, Weinheim

ISBN 3-621-27352-2